

MAI 2 – domácí úkol ze cvičení 5 (integrály 3)

Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkce
(u některých integrálu je doporučena substituce, ale můžete hledat i jiný způsob integrace) :

1. a) $\int \frac{2e^{2x}-5}{e^{2x}+4e^x+5} dx$ nebo $\int \frac{4-\sqrt{x}}{x(x+2\sqrt{x+2})} dx$; b) $\int \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} dx$;

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$ (substituce $x = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$ ($= \sinh t$), nebo $\sqrt{x^2+1} = t - x$ (tzv.Eulerova))

nebo $\int \frac{1}{x+\sqrt{x^2+x+1}} dx$;

3. $\int \frac{x}{\sqrt{6+x-x^2}} dx$;

4. $\int \frac{1}{\sin x} dx$ (substituce $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$, pak $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, nebo $x = \cos t$) ;

5. $\int \frac{1}{2+\cos x} dx$ (substituce $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$, pak $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$).

Něco navíc (chcete-li, zkuste) :

6. Integrál $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ($= \arcsin x$) zkuste také takto:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{1}{x+1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx \quad (\text{kde lze užít substituci } \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = t).$$

Co pak můžete říci o nalezené primitivní funkci?

7. $\int \frac{1}{\sqrt{1-e^x+e^x+1}} dx$

8. Problém: Najděte funkci, která

(i) není spojitá na intervalu, ale má zde primitivní funkci;

(ii) má Darbouxovu vlastnost na intervalu, ale primitivní funkci zde nemá .